# TD1 - MICROÉCONOMIE DE L'INCERTAIN

ALDRIC LABARTHE - PARIS 1 PANTHÉON SORBONNE

**Remarque 1.** *On se place dans l'ensemble économique $C \subset (\mathbb{R}_+)^d$ ($d > 0$ fini) et considère sur cet ensemble deux relations d'ordre:*

$$\forall (x,y) \in C^2 : x \geqslant_C y \Leftrightarrow \forall i \leqslant d, x_i \geqslant_{\mathbb{R}} y_i$$
$$\forall (x,y) \in C^2 : x >>_C y \Leftrightarrow \forall i \leqslant d, x_i >_{\mathbb{R}} y_i$$

*On suppose que les relations $x \geqslant_C$ et $x >>_C$ sont complètes sur $C$.*

**Définition 1** (Convexité des préférences)**.** *Les préférences (représentées par la relation d'ordre $\gtrsim$ sur $C$) sont dites convexes ssi*

$$\forall (x,y) \in C^2 : x \sim y \Rightarrow \forall \lambda \in (0,1), \lambda x + (1-\lambda) y \gtrsim x \sim y$$

**Définition 2** (Monotonie des préférences)**.** *Les préférences sont dites monotones ssi*

$$\forall (x,y) \in C^2 : \begin{cases} x \geqslant_C y \Rightarrow x \gtrsim y \\ x >>_C y \Rightarrow x \succ y \end{cases}$$

**Définition 3** (Fonction d'utilité)**.** *Les préférences sont dites représentées par une fonction d'utilité ssi*

$$\exists u : C \to \mathbb{R}, \quad u(x) \geqslant_{\mathbb{R}} u(y) \Leftrightarrow x \gtrsim y \quad \wedge \quad u(x) >_{\mathbb{R}} u(y) \Leftrightarrow x \succ y$$

**Définition 4** (Quasi-convexité)**.** *Une application $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^m$ ($n$ et $m$ finis et fixés) est quasi-convexe, ssi*

$$\forall (x,y) \in (\mathbb{R}^n)^2, \forall z \in [x,y], f(z) \leqslant \max\{f(x), f(y)\}$$

**Théoreme 1.** *Pour des préférences monotones représentée par une fonction d'utilité $u$,*

$$\text{Préférences convexes} \Leftrightarrow u \text{ quasi-concave}$$

*Démonstration.* Pour $(x,y) \in C^2$ et $\lambda \in (0,1)$ tels que $x \sim y$,

$$x \sim y \Leftrightarrow u(x) = u(y)$$

$$\lambda x + (1-\lambda) y \gtrsim x\,(\sim y) \Leftrightarrow u(\lambda x + (1-\lambda) y) \geqslant u(x) = \min\{u(x), u(y)\} = u(y)$$

$\square$