TD VI

1 $C(q) = 450 + 15q + 2q^2$

1) $p = 115$ combien l'entreprise produit-elle ?

$\underset{}{\text{Max}}\ \pi(p,q) = \overbrace{pq}^{\text{Recette}} - \overbrace{C(q)}^{\text{coûts}}$

$\frac{\partial \pi}{\partial q} = 0 \iff p = Cm(q) \iff p = 15 + 4q$

$\overset{A.N}{\Rightarrow} 115 = 15 + 4q$

$\Rightarrow \boxed{25 = q}$

$\pi = 115 \cdot 25 - 450 - 15 \cdot 25 - 2 \cdot 25^2$

$S^P = \pi + CF$
$= 115 \cdot 25 - 15 \cdot 25 - 2 \cdot 25^2$
$= 25(115 - 15 - 50)$
$= 25 \cdot 50 = 1250$

Def : Surplus du producteur : $\boxed{S^P = \pi + CF}$

$S^P = 1250$

2) Taxe de 1 euro par unité vendu : $C_2(q) = C_1(q) + 1q$

→ Les coûts changent

→ Le prix ne change pas car l'entreprise est price-taker.
↳ l'entreprise ne fixe pas le prix

→ La quantité évolue :

$\underset{q}{\text{Max}}\ \pi_2(p,q) = pq - C_2(q)$

$\frac{\partial \pi_2}{\partial q} = 0 \iff p = Cm_2(q) = Cm_1(q) + 1$
$= 15 + 4q + 1$

$\overset{A.N}{\Rightarrow} 115 = 16 + 4q \iff \boxed{\frac{99}{4} = q_2}$

3 $q(L) = 8L^{1/2}$ $p = 150$ $w = 75$

1) Maximiser le profit en fonction de L

$\pi(p,q) = pq - C(q) \longrightarrow \pi(p, 8L^{1/2}) = p8L^{1/2} - C(L)$
$= p8L^{1/2} - wL$

$\underset{L}{\text{Max}}\ \pi(L,p) = 8pL^{1/2} - wL$

$\Rightarrow \frac{\partial \pi}{\partial L} = 0 \iff 4pL^{-1/2} = w \iff \boxed{L = \left(\frac{4p}{w}\right)^2}$

Avec les valeurs : $L = \left(\frac{4 \cdot 150}{75}\right)^2 = 64 \Rightarrow q = 8 \cdot 64^{1/2}$
$\Rightarrow \boxed{q = 8^2 = 64}$

$\Rightarrow \pi = pq - wL = 64 \cdot 150 - 75 \cdot 64$
$= 64 \cdot 75 = 4800$

2) $\underbrace{\text{Taxe } 30€ \text{ par produit}}$, $\underbrace{\text{Subvention de } 15€ \text{ par heure de travail}}$

$\underbrace{\text{Marché concurrentiel}}$ Trouver L et q et π

↳ Price-taker

$C_2(q,L) = wL + 30q$

↳ $w_2 = w_1 - 15$
$= 75 - 15 = 60$

$\underset{L}{\text{Max}}\ \pi_2 = pq - C(q,L) = p8L^{1/2} - wL - 30 \cdot 8L^{1/2}$

$\frac{\partial \pi_2}{\partial L} = 0 \iff 4pL^{-1/2} - w - 30 \cdot 4L^{-1/2} = 0$

$\Rightarrow L^{-1/2} = \frac{w}{4(p-30)} \Rightarrow \boxed{\left(\frac{4(p-30)}{w}\right)^2 = L}$

$\overset{A.N}{\Rightarrow} \left(\frac{4(150-30)}{60}\right)^2 = \left(\frac{120}{15}\right)^2 = \boxed{64 = L_2}$

$\Rightarrow q_2 = 64$

$\Rightarrow \pi_2 = 150 \cdot 64 - 60 \cdot 64 - 30 \cdot 64$

$= 64(150 - 90) = 64 \cdot 60 = 3840$

3) Les profits de la question 1 sont taxés à 20%

$\pi_3 = 0.8\,\pi_1$

Note : Pour toute fonction f, si $g = k \cdot f + c$
alors argmax g = argmax f
Preuve : $\frac{dg}{dx} = k\frac{df}{dx} = 0 \iff \frac{df}{dx} = 0$

D'où $\left.\begin{matrix} q_3 = q_1 \\ L_3 = L_1 \end{matrix}\right\}$ argmax π

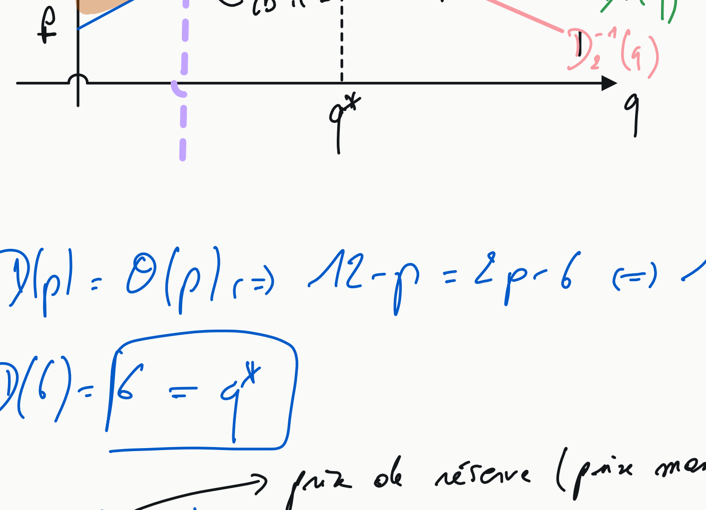
Mais $\pi_3 = 0.8\pi_1$

On peut le redémontrer : Max $\pi_3 = 0.8\pi_1$

$\Rightarrow \frac{\partial \pi_3}{\partial q} = 0 \Rightarrow 0.8\frac{\partial \pi_1}{\partial q} = 0 \iff \frac{\partial \pi_1}{\partial q} = 0$ ce qui est ce qu'on a fait pour 1)

13 $D(p) = 12 - p$ $O(p) = 2p - 6$

1) Calculez le prix d'équilibre et la qté :



Demande inverse $q = 12 - p$
$\iff p = 12 - q = D^{-1}(q)$

Offre inverse $q = 2p - 6 \iff \frac{1}{2}q + 3 = p$
$\iff O^{-1}(q) = \frac{1}{2}q + 3$

$D(p) = O(p) \iff 12 - p = 2p - 6 \iff 18 = 3p \iff \frac{18}{3} = \boxed{6 = p^*}$

$D(6) = \boxed{6 = q^*}$

2) $S^C = \frac{q^*(\bar{p} - p^*)}{2} = \frac{6(12-6)}{2} = \frac{36}{2} = 18$

→ prix de réserve (prix maximal pour que le consommateur consomme)

$S^P = \frac{q^*(p^* - \underline{p})}{2} = \frac{6(6-3)}{2} = \frac{3 \cdot 6}{2} = 9$

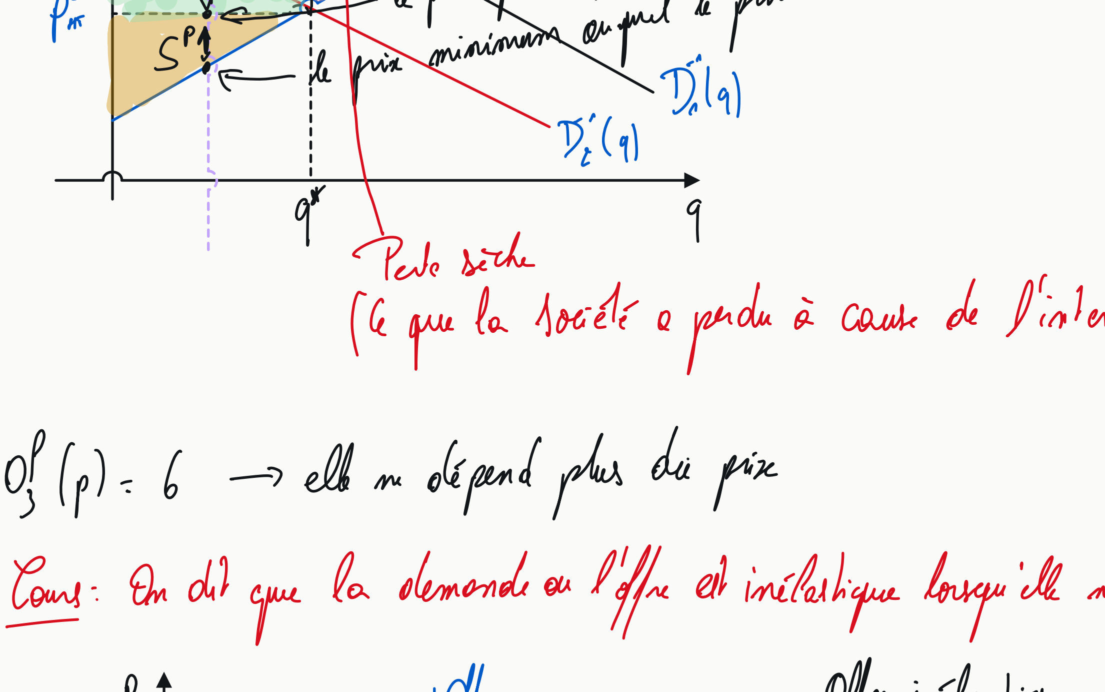
3) On taxe $T = 3$ par unité p devient le prix HT.

$D(p+T) = 12 - (p+T) = 9 - p = D_1(p) - T$

4) Calculez l'équilibre de marché : $D(p+T) = O(p) \iff 9 - p = 2p - 6$
$\iff 15 = 3p \iff \boxed{p^* = 5}$

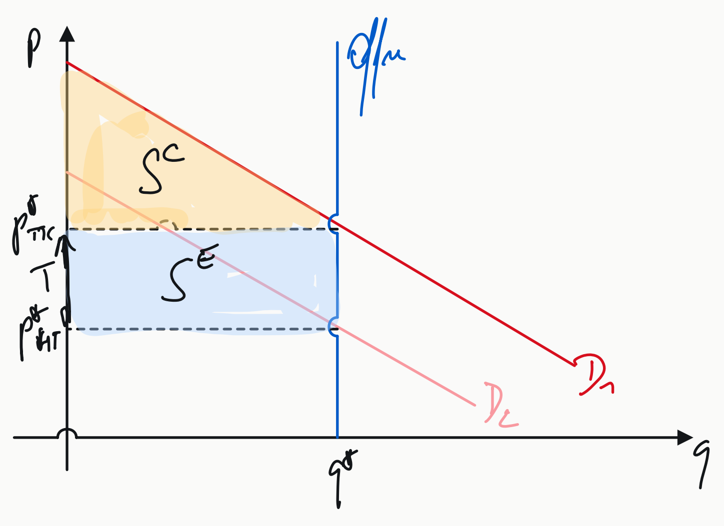
$p^{TTC} = p^{HT} + T = 5 + 3 = 8$

5)



6) $O_3^P(p) = 6$ → elle ne dépend plus du prix

Cours : On dit que la demande ou l'offre est inélastique lorsqu'elle ne dépend pas du prix



Offre inélastique
⇒ pas de surplus du producteur
⇒ pas de perte sèche

$O_3(p) = D_2(p) \iff 6 = 9 - p \iff p^*_{HT} = 3 \Rightarrow p^*_{TTC} = 3 + T = 6$