

UNIVERSITÉ PANTHÉON SORBONNE

Le producteur (Microéconomie L1)

Aldric Labarthe

2024

Exercice

Considérons une entreprise qui utilise du travail (L) et du capital (K) pour produire un bien Q selon la technologie de production $Q(K, L) = K^\alpha L^\beta$. Les facteurs K et L sont librement disponibles aux prix p_K et p_L . Le prix du bien est fixé à p car l'entreprise est preneuse de prix. On s'autorise $\alpha + \beta = 2$ pour simplifier les calculs si nécessaire.

1. Donnez l'équation d'une isoquante de niveau \bar{Q} et d'une courbe d'isocoût pour ce niveau de production dans le plan (K, L) . Représentez graphiquement une situation d'équilibre en indiquant la propriété mathématique que vous représentez. *Aide: vous aurez besoin de la pente d'isocoût.*
2. Cette entreprise dispose-t-elle de rendements d'échelle croissants ? Déterminez une condition sur α et β .
3. Calculez le TMST pour cette technologie de production.
4. L'entreprise cherche à minimiser ses coûts car sa quantité de production est déterminée de façon fixe à $\bar{Q} \in \mathbb{R}^+$. Dressez donc le programme de minimisation des coûts et calculez les demandes de $K(\bar{Q}, p_K, p_L)$ et $L(\bar{Q}, p_K, p_L)$ qui permettent de produire la quantité \bar{Q} fixée. *Aide : dressez le programme du producteur, ramenez-vous dans un problème sans contrainte, puis optimisez en cherchant les points critiques.*
5. Exprimez le coût total comme une fonction de la quantité produite (\bar{Q}) et des prix des facteurs (à partir de la question précédente).
6. En question 1 vous avez représenté une propriété : vérifiez-la en utilisant l'expression trouvée en question 3, et en y réinjectant les fonctions K et L trouvées en question précédente.
7. L'entreprise cherche à maximiser sa production sous contrainte de ses coûts et considérant les prix. Dressez le programme de maximisation du profit ($\Pi(K, L) = pQ(K, L) - C(K, L) = pK^\alpha L^\beta - p_K K - p_L L$). Déterminez les demandes optimales, c'est-à-dire les fonctions $K(p, p_K, p_L)$ et $L(p, p_K, p_L)$. *Aide : calculez les deux dérivées partielles de Π et égalisez-les à 0. Obtenez de ces deux équations le TMST. Exprimez du TMST K en fonction de L . Réinjectez dans une des dérivées partielles.*